Bir Tur Daha! 00 — Sayılar, Gösterimler ve Gerekçeler

Ders sonrası pekiştirme · Bölüm A: 20–25 dakika · Bölüm B: 15–20 dakika (isteğe bağlı)

> **ⓘ Çalışma hedefi**
>
> Bir sayıyı farklı biçimlerde göster, sıfırın görevini açıkla, örüntüde yalnız sonucu değil **nedenini** bul.

A — Temel ders tekrarları

1. Bir miktarın dört yüzü

Bir masada beş nesne olduğunu düşün. Aynı miktarı `5`, `V`, “beş” ve beş nokta ile gösterebilirsin.

Neden? İşaretler farklı, anlatılan miktar aynıdır. `35` ise iki rakamla yazılmış bir sayıdır; tek bir rakam değildir.

BTD-A01. `7`, `VII`, “yedi” ve yedi nokta aynı sayıyı gösterir mi? Açıkla.

BTD-A02. `204` bir rakam mıdır, sayı mıdır? Kaç rakamla yazılmıştır?

2. Sıfır neden önemlidir?

$$37 = 3 \times 10 + 7$$

$$307 = 3 \times 100 + 0 \times 10 + 7$$

Sıfırı silmek, yalnızca “boş” bir işareti kaldırmak değildir. Kalan rakamların **basamak konumu** değişebilir.

BTD-A03. `402` ve `42` için yüzlük–onluk–birlik tablosu çiz. Farkı açıkla.

BTD-A04. `560` ve `506` sayılarındaki 5, 6 ve 0'ın basamak görevlerini karşılaştır.

BTD-A05. `1005` sayısındaki iki sıfır silinirse oluşan sayıyla başlangıçtaki sayı neden eşit değildir?

3. Kare örüntüsünün sırrı

$$1 = 1, \qquad 1 + 3 = 4, \qquad 1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

Kareleri büyütürken eklenen yeni birim kare sayısı sırasıyla `3, 5, 7, 9, ...` olur. Bu yüzden toplamlar kare sayılara dönüşür.

BTD-A06. `1+3+5+7+9` toplamını tek tek toplama yapmadan tahmin et; `4×4` ve `5×5` karelerle gerekçelendir.

BTD-A07. İlk altı tek sayının toplamını bul. `5×5` kareyi `6×6` kareye büyütmek için kaç kare eklenir?

BTD-A08. `8×8` kareyi `9×9` kareye büyütürken kaç yeni kare gerekir? Sonucu iki yöntemle doğrula.

Birlikte çözelim — 4×4'ten 5×5'e

`4×4=16` birim kare vardır. Bir kenara 5 kare, diğer kenara 5 kare eklerken ortak köşeyi **bir kez** sayarız: `5+5−1=9`. Böylece `16+9=25=5×5` olur. Bu model, sonucun 25 olmasını yalnızca tahmin etmekten daha güçlü bir açıklamadır.

4. Tahmin, kontrol, açıklama

Bir öğrenci ilk dört kare örüntüsü toplamını kontrol etti ve “Artık her zaman doğru olduğunu kanıtladım.” dedi.

BTD-A09. Bu cümledeki eksikliği açıkla. Kareyi büyütme modelinin neden daha güçlü olduğunu belirt.

BTD-A10. “2, 4, 6 sayıları çift. Öyleyse bütün doğal sayılar çifttir.” iddiasını tek bir karşı örnekle değerlendir.

B — Tarihsel derinleştirme tekrarları (isteğe bağlı)

5. Aynı miktar, farklı gelenekler

Mısır: Onluk gruplama kullanan hiyeroglif sayı işaretlerinde 23, iki onluk ve üç birlik işaretiyle ifade edilebilir.

Roma: `XXIV=24`, `XIV=14`, `XLVIII=48`.

Maya: Basit değer modelinde nokta `1`, çizgi `5` değerindedir; 12, iki çizgi ve iki noktayla gösterilir.

Çin: Sayma çubukları, konuma bağlı değer fikrini kullanmıştır.

Mezopotamya: Babil matematiğinde 60 tabanlı konumsal gösterimler kullanılmıştır.

BTD-B01. 23'ü Mısır'ın toplamsal değer modeliyle göster: Kaç onluk, kaç birlik işareti gerekir?

BTD-B02. `XIV`, `XXIV` ve `XLVIII` sayılarını günümüz onluk gösterimine çevir.

BTD-B03. Maya'nın basit değer modelinde 7 ve 12 için kaç çizgi, kaç nokta kullanırsın?

BTD-B04. `205` sayısının onluk basamaklı yazımında sıfırın görevi nedir? Çin sayma çubuklarının boş konum fikriyle hangi açıdan benzerlik kurulabilir?

6. Altmışlık gruplama ve sıfır

$$60 = 6 \times 10 = 5 \times 12 = 3 \times 20$$

Bu farklı gruplamalar, 60'ın pratik kullanım avantajlarından biridir. Ancak tarihsel sistemlerin ortaya çıkışını tek bir nedene indirgemeyiz.

BTD-B05. 60 nesneyi eşit gruplara ayırmak için iki farklı yöntem öner. Grupları açıkla.

BTD-B06. `25`, `205` ve `2005` sayılarını basamak değerlerine ayır. Sıfırların neden önemli olduğunu açıkla.

BTD-B07. “Bugünkü rakamları tek bir kişi bir günde icat etti.” cümlesini matematik tarihi açısından değerlendir.

7. Biraz daha düşün

BTD-X01. Bir sayı yazım sistemi tasarla: `1` ve `5` için iki sembol seç. Bu sembollerle `12` sayısını göster. Sistemin avantajını ve bir zorluğunu açıkla.

BTD-X02. Aynı miktar için kısa yazım ile kolay hesap yapma her zaman aynı şey midir? Roma ve onluk gösterimi kullanarak tartış.

Kendini değerlendir

- Sayı ve gösterimi ayırabiliyorum.
- Basamak değerini sıfırın rolüyle açıklayabiliyorum.
- Bir örüntüyü yalnızca sürdürmek yerine nedenini araştırıyorum.
- Farklı tarihsel gösterimleri aynı miktarla ilişkilendirebiliyorum.

Tarihsel görseller

Buradaki “Mısır modeli” ve “Maya değer modeli” öğretim amaçlı sadeleştirmedir; özgün eser görseli değildir. Tarihsel dayanaklar öğretmen notunda kaynaklandırılmıştır.