Öğrenci Konu Notu 09 — Sıradaki Ne? Örüntüler ve Kurallar

Bu derste neler yapabileceğim?

- Tekrarlayan ve büyüyen örüntüleri ayırt edeceğim.
- Bir şekil örüntüsünü çizim, tablo ve sözcüklerle anlatacağım.
- Yakın adımı ve uzak adımı aynı kuralla bulup sonucu modelle kontrol edeceğim.
- Birkaç örneğin tek başına kuralı kesinleştirmediğini açıklayacağım.

1. Örüntü yalnız sayı listesi değildir

Örüntü, öğelerin belirli bir düzene göre sıralanmasıdır. “Kırmızı, mavi, kırmızı, mavi...” renkleri **tekrarlayan** bir düzendir. Yan yana dizilen karelerin kürdan sayısı 4, 7, 10, 13... ise şekil her adımda **büyür**. İlkinde renk grubu tekrar eder; ikincisinde yeni kare eklenir.

Ders 08'de işlemleri hangi sırada yapacağımızı açıklamıştık. Burada da kuralı sözcüklerle açıkça söylemeliyiz. Yalnız “sonraki sayı 16” demek, **neden** 16 olduğunu göstermez.

2. Şekilden tabloya: ortak kenar

Bir kare dört kürdanla yapılır. İkinci kareyi yanına koyduğunda ortak kenarı yeniden yapmazsın; **üç yeni kürdan** yeter. Aynı biçimde her yeni kare üç kürdan ekler.

Adım: yan yana kare sayısı	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Kürdan sayısı	4	7	10	13	16
Önceki adıma eklenen	—	3	3	3	3

Sözcük kuralı: İlk kare için 4 kürdan kullan; sonraki her karede 3 kürdan ekle. Böylece altıncı adım 19 kürdandır. Bu, **önceki adımdan sonraki adıma** gitme kuralıdır.

> ⚠ **Dikkat**
>
> Beş ayrı kareyi hiç kenar paylaşmadan yaparsan 5 × 4 = 20 kürdan gerekir. Yan yana beş karede dört ortak kenar vardır; her biri bir kürdan tasarruf ettirir: 20 − 4 = 16.

3. Uzak adıma tek tek saymadan ulaş

Yirminci adıma kadar 19 kez “3 ekle” yapabilirsin: 4 + 19 × 3 = 61. Fakat şeklin yapısı daha kısa bir açıklama verir:

- Her karenin üstünde bir kürdan: 20.
- Her karenin altında bir kürdan: 20.
- Soldaki ilk dikey kenar ve her karenin sağındaki dikey kenar: 21.

Toplam 20 + 20 + 21 = **61**. İlk adımda 4, sonraki her adımda 3 eklemekle aynı sonucu verir. İki yöntemin uyuşması kontrol sağlar.

Genel sözcük kuralı: Kare sayısının üç katından bir fazla kürdan gerekir. Örneğin 8 kare için 3 × 8 + 1 = 25. Bunu ileride “kare sayısı” yerine bir harf koyarak daha kısa yazacağız; şimdilik yapı ve sözcük kuralı yeterlidir.

4. Tablonun hangi sayısı neyi gösterir?

“Adım” ile “o adımdaki nesne sayısı” farklıdır. Dördüncü adım **4 kare**, ama **13 kürdan** içerir. “13. adım” demek ile “13 kürdanlı adım” aynı değildir. 13 kürdanlı şekil dördüncü adımdır.

Bir adım sorulduğunda önce neyin sayıldığını yaz. “25 kürdan için kaç kare?” sorusunda 3 × 8 + 1 = 25 olduğundan **8 kare** vardır. Burada sonuçtan geriye düşünmek işe yarar: 25'ten başlangıç kenarı olan 1'i çıkar, kalan 24'ü kare başına 3 kürdana ayır.

5. Her büyüme sabit miktarda olmaz

Kare biçiminde taşlar kur: 1 × 1, 2 × 2, 3 × 3, 4 × 4. Taş sayıları 1, 4, 9, 16 olur. Farklar 3, 5, 7'dir; **hep aynı fark** değildir. Bu örüntü yine düzenlidir: adımın kenar uzunluğu kadar satır ve sütun vardır.

Adım	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Karedeki taş	1	4	9	16	25
Yeni eklenen L biçimli katman	—	3	5	7	9

Ders 00'da tek sayıların kare oluşturmasını görmüştük. Bu nedenle beşinci karede 25 taş olacağını hem 5 × 5 hem de 16 + 9 ile denetleyebiliriz.

6. “Sıradaki sayı kesin şu” diyebilir miyiz?

4, 7, 10 sayıları için **her defasında 3 ekleme** doğal ve basit bir kuraldır; bu kuralla sonraki terim 13'tür. Ancak yalnız üç terim, kuralın tek olası kural olduğunu kanıtlamaz. “4'ten 7'ye ve 7'den 10'a 3 ekle, sonraki geçişte 4 ekle” kuralı da ilk üç sayı ile uyuşur ama dördüncü sayı 14 olur. Böyle bir kuralın eğitim açısından daha az doğal olması, onun mantıksal olarak imkânsız olduğu anlamına gelmez.

Bu yüzden soruda **şekil**, **tekrarlanan işlem** veya **kuralın türü** veriliyorsa onu kullanırız. Yalnız birkaç sayı verilmişse “şu kurala göre” diye konuşuruz. Bir kuralı çok sayıda örnekte sınamak yararlıdır; fakat örnek sayısı tek başına genel gerekçe değildir.

7. Başka bir model: tekrarlayan desen

Üçlü desen “daire, üçgen, kare” olarak tekrar etsin. 1, 4, 7. yerlerde daire; 2, 5, 8. yerlerde üçgen; 3, 6, 9. yerlerde kare vardır. 10. yerde yine daire bulunur; çünkü üç tam grup 9 yer kaplar, bir sonraki yer yeni grubun başıdır.

İki yöntemle kontrol

14. yeri bulmak için grupları say: 12 yer dört tam grup eder; 13. yer daire, 14. yer üçgendir. Aynı sonucu 14 = 12 + 2 yazarak da görürsün: tam gruplardan sonra ikinci şekil.

8. Seçmeli derinleştirme: kuralı değiştirmek

Yan yana kareler artık **hiç kenar paylaşmasın**. Birinci adım 4, ikinci 8, üçüncü 12 kürdan ister. “Kare sayısının üç katından bir fazla” kuralı artık doğru değildir; çünkü modelin ortak kenar koşulu değişmiştir. Matematikte bir kural, yalnız kurulduğu koşullarda geçerlidir.

Kısa özet

1. Önce örüntünün **neyi** saydığını belirle.
2. Şekli çiz, tablo yap, değişimi gözle.
3. Yakın ve uzak adımı aynı düşünceyle açıkla; yalnız cevap dizisi yazma.
4. Modeldeki ortak parçalar veya yeni katmanlar kuralın nedenini verir.
5. Az sayıda terim tek bir kuralı zorunlu kılmaz.

Kendim deneyim — bağımsız sorular

Yanıtını gerekçesiyle yaz. Çözümler öğretmen anahtarında kalır.

OKN-01. Yan yana, ortak bir kenarı paylaşan dört kare için kaç kürdan gerekir? İkinci kareden itibaren kaç yeni kürdan eklediğini açıkla.

OKN-02. “Daire, kare, üçgen” grubu tekrar ediyor. 11. şekil hangisidir? Gruplarla göster.

OKN-03. Yan yana kareler tablosunda 7. adımın kürdan sayısını hem önceki adıma ekleme hem de “kare sayısının üç katından bir fazla” yöntemiyle bul.

OKN-04. 31 kürdanla yapılan yan yana ortak kenarlı kare dizisinde kaç kare vardır? Şeklin koşulunu kullanarak kontrol et.

OKN-05. 1, 4, 9, 16 taşlı karelerin 5. adımında kaç taş vardır? Önce yeni L katmanını, sonra çarpma modelini kullan.

OKN-06. 4, 7, 10 listesinden sonra 13 diyen kişinin **hangi kuralı varsaydığını** yaz. Yalnız ilk üç sayının neden tek kuralı kanıtlamadığını açıkla.

Biraz Daha Düşün! — seçmeli

OKN-07. Yan yana ortak kenarlı 20 kareyi, 1'den 20'ye kadar listelemeden iki farklı yolla say. İki hesap neden aynı sonucu verir?

OKN-08. Yan yana ortak kenarlı kareler için 100 kürdan kullanıldığını söyleyen biri, kare sayısının tam sayı olamayacağını iddia ediyor. Bu iddiayı incele. 100 kürdan mümkünse kaç kare gerektiğini göster.

OKN-09. 1, 4, 9, 16, 25 biçiminde büyüyen karelerde 10. adım için kaç taş gerekir? “Her seferinde aynı sayıyı ekle” kuralının neden işlemediğini açıkla.

OKN-10. 4, 7, 10, 13 değerlerini veren ortak kenarlı kare modelini değiştirip 5. adımda 16 yerine 17 kürdan gerektiren bir model tasarla. Değişen koşulu ve ilk dört adımın neden aynı kaldığını açıkla.