Öğrenci Konu Notu 10 — Sayı Saklandı! Harfli İfadelere Giriş

Bu derste neler yapabileceğim?

- Değişebilen bir sayıyı harfle gösterip harfin neyi anlattığını söyleyeceğim.
- Bir sözlü kuralı işlem ifadesine, ifadeyi tabloya ve modele çevireceğim.
- Harfe verilen sayı için ifadeyi doğru işlem sırasıyla hesaplayacağım.
- İki ifadenin aynı durumu mu anlattığını model ve karşı örnekle sınayacağım.

1. Bir harf neden işe yarar?

Ders 09'da yan yana kareler için “kare sayısının üç katından bir fazla kürdan” dedik. Kare sayısı her defasında değişir. Bu değişebilen sayıya **n** dersek kuralı **3 × n + 1** yazabiliriz. Kısa yazılışı **3n + 1**'dir: 3n, **3 × n** demektir, 3 + n değil.

Buradaki n, kare sayısını gösterir; 1, 2, 3, ... gibi pozitif tam sayılar alabilir. n = 4 ise 3 × 4 + 1 = 13 kürdan. n = 20 ise 3 × 20 + 1 = 61 kürdan. Harf, “her zaman bilinmeyen ve bulunması gereken tek gizli sayı” değildir; burada **değişebilen bir miktarı** temsil eder.

> **Önce anlam**
>
> Harfi koymadan önce “n neyi sayıyor, hangi değerleri alabilir?” diye sor. Kare sayısı 0 olursa ortada ilk kare bulunmayacağından bu özel modelin 3n + 1 kuralı n = 0 için kullanılmaz.

2. Modelden ifadeye: üç kutu ve iki tek boncuk

Her kutuda n boncuk varsa üç kutuda n + n + n = 3n boncuk vardır. Dışarıdaki iki boncukla toplam **3n + 2** olur.

Her kutudaki boncuk n	**0**	**1**	**2**	**4**
Toplam 3n + 2	2	5	8	14

n = 0 iken üç kutu boştur ama dışarıdaki iki boncuk durur. Bu bağlamda 0 geçerlidir. n = 4 için önce 3 × 4 = 12, sonra 2 eklenir; sonuç 14. İşlem sırasını Ders 08'deki gibi uygularız.

3, n'nin kaç kopyasının alındığını; **2**, kutulardan bağımsız sabit boncukları gösterir. Öğrencinin bu terimleri adlarıyla ezberlemesi değil, modeldeki görevlerini açıklaması önemlidir.

3. Yazım ve işlem farkı

- **3n + 2**: n'nin üç kopyası ve iki tane daha.
- **n + 3**: n'nin bir kopyası ve üç tane daha.
- **3(n + 2)**: içinde n + 2 boncuk bulunan **üç** kutu. Her kutuya iki eklendiği için toplam 3n + 6'ya eşittir.

n = 4 seçelim: 3n + 2 = 14; n + 3 = 7; 3(n + 2) = 18. Aynı sayı ve işaretler başka gruplarla farklı durumları anlatır. Parantez, Ders 08'deki gibi grup sınırıdır.

> ⚠ **Dikkat**
>
> “n'nin üç fazlası” n + 3; “n'nin üç katı” 3n'dir. “n'nin üç katının iki fazlası” 3n + 2; “n'nin iki fazlasının üç katı” 3(n + 2)'dir. Sözcüklerin sırası önemlidir.

4. İfadeden tabloya, tablodan sözcüğe

Bir ifade için birkaç değer hesaplamak, kuralı anlamaya yardım eder:

n	1	2	3	4
2n + 3	5	7	9	11

Her n artışında sonuç 2 artar; çünkü iki n kopyası birlikte büyür. Ancak yalnız bu tabloyu görmek, başka hiçbir kuralın aynı ilk dört değeri veremeyeceğini kanıtlamaz. Ders 09'un “koşulu belirt” alışkanlığı burada da geçerlidir.

Sözcükten ifadeye: “Bir rafta n kitap var; aynı sayıda kitap olan iki raf ve masada üç kitap daha var.” Toplam 2n + 3 kitaptır. Birimler aynı olmalıdır: kitap ile raf sayısını birbirine toplayamayız.

5. Aynı değeri veren farklı yazılışlar

n + n + n + 2 ve 3n + 2 aynı toplamı anlatır: üç eşit grup ve iki tek. Bu yüzden yalnız n = 4 için değil, **izin verilen bütün n değerleri için** eşdeğerdir. Açıklama, modeldeki grupların aynı olmasıdır.

2(n + 3) ve 2n + 6 da eşdeğerdir: iki kutunun **her birinde** n boncuk ve üç ek boncuk varsa toplamda iki n grubu ve altı ek boncuk vardır. n = 2 için ikisi de 10; n = 5 için ikisi de 16. Birkaç örnekte aynı çıkmaları güçlü bir kontrol olsa da genel açıklama, iki kutuyu açıp saymaktır.

Buna karşılık 2(n + 3) ile 2n + 3 aynı değildir. n = 2 iken ilk ifade 10, ikinci 7 eder. **Tek bir doğru karşı örnek**, “her n için eşit” iddiasını çürütür. Bir örnekte eşit çıkmaları ise genel eşitliği tek başına kanıtlamaz.

6. İfade ve denklem aynı şey değil

3n + 2 bir **ifade**dir: verilen n için bir değer hesaplanabilir. **3n + 2 = 17** ise iki tarafın eşit olduğunu söyleyen bir **denklem**dir; hangi n için doğru olduğunu arayabiliriz. Bu derste ifadeyi anlamayı, kurmayı ve değerini bulmayı öğreniyoruz. Denklem çözme yöntemlerini Ders 11'de inceleyeceğiz.

Örneğin n = 5 için 3n + 2 ifadesi 17 olur; n = 4 için 14 olur. Eşitlik yalnız uygun değer için doğrudur. “Harf her zaman 5'tir” demeyiz; bağlam hangi n'nin kullanılacağını belirler.

7. Seçmeli derinleştirme: koşulu sınamak

Yan yana ortak kenarlı **en az bir** kare için 3n + 1 kürdan vardı. n = 0 yazınca sonuç 1 çıkar, fakat hiç kare yoksa kürdan da yoktur. Sorun işlemde değil, modelin **n ≥ 1** koşulunu unutmaktadır. Üç kutu ve iki tek boncuk modelinde n = 0 ise iki boncuk kalır; bu modelde 0 geçerlidir. Harfli kuralın hangi durumları anlattığı her zaman önemlidir.

Kısa özet

- Harf, değişebilen sayının yerini tutar; neyi saydığını ve alabileceği değerleri söyle.
- 3n, 3 × n demektir. Parantez bir grubu birlikte ele alır.
- İfade değer üretir; denklem iki tarafın ne zaman eşit olduğunu sorar.
- Aynı modeli anlatan iki yazılış bütün uygun değerlerde eşdeğerdir.
- Bir karşı örnek “her zaman eşit” iddiasını çürütür; birkaç başarılı deneme tek başına ispat değildir.

Kendim deneyim — bağımsız sorular

Yanıtını hangi modeli kullandığını göstererek yaz. Çözümler öğretmen anahtarında kalır.

OKN-01. Üç kutunun her birinde n boncuk, dışarıda iki boncuk var. n = 4 için toplamı 3n + 2 ile hesapla.

OKN-02. 2n + 3 ifadesini n = 0, 1, 3 ve 5 için tablola. n bir arttığında sonuç nasıl değişir?

OKN-03. n = 4 için 2n + 3 ve 2(n + 3) değerlerini bul. İki ifadeyi anlatan kutu modelleri neden farklıdır?

OKN-04. n + n + n + 2 ile 3n + 2'nin her uygun n için eşdeğer olduğunu bir modelle açıkla.

OKN-05. “5n ve n + 5 her n için aynıdır” iddiasını bir değer seçerek sınayıp değerlendir.

OKN-06. Her birinde n kalem olan yedi kutu ve dışarıda iki kalem için ifadeyi yaz. n = 3 seçerek kontrol et.

Biraz Daha Düşün! — seçmeli

OKN-07. Ders 09'un ortak kenarlı üçgen modelinde ilk üçgen 3 kürdan, her yeni üçgen 2 kürdan ekliyor. n üçgen için sözcük kuralını ve harfli ifadeyi yaz; n = 10 için hesapla.

OKN-08. “n'nin iki fazlasının üç katı” ile “n'nin üç katının iki fazlası” ifadelerini yaz. n = 4 için ikisini hesaplayıp neden farklı olduklarını açıkla.

OKN-09. Üç eşit kutu ve iki tek boncuk toplam 17 olduğunda, kutu başına 5 boncuk önerisini modelle kontrol et. “3n + 2” ile “3n + 2 = 17” yazılışlarının görev farkı nedir?

OKN-10. Ortak kenarlı kareler için 3n + 1 kuralına n = 0 koyan biri bir kürdan buluyor. Bu sonucu neden gerçek şekil olarak kabul edemeyiz? Üç kutu + iki tek boncuk modelinde n = 0 için neden farklı bir durum var?